

适用于稀疏多径信道的稀疏自适应常模盲均衡算法

马思扬, 彭华, 王彬

(解放军信息工程大学, 河南 郑州 450001)

摘 要: 为了提高稀疏多径信道盲均衡器的收敛速度, 提出了一种适用于多进制相移键控 (MPSK, M -order phase-shift keying) 信号的 l_0 -范数约束的比例系数归一化最小均方常模盲均衡算法。该算法首先利用信号的常模特性和均衡器抽头系数的稀疏性, 构造出基于 l_0 -范数约束的稀疏常模盲均衡代价函数, 然后依据梯度下降法推导出均衡器抽头系数更新公式, 并对迭代步长进行归一化和比例系数化。算法为每个抽头系数分配与其当前时刻的幅度成正比的步长参数, 并自适应地对幅度极小系数做向零收缩微调。理论分析和仿真实验表明, 与现有稀疏多径信道盲均衡算法相比, 该算法在保持较低剩余符号间干扰的同时, 能有效提高均衡器的收敛速度。

关键词: 稀疏多径信道; 快速盲均衡; l_0 -范数约束; 比例系数因子

中图分类号: TN911.5

文献标识码: A

Sparse adaptive constant blind equalization algorithm for sparse multipath channel

MA Si-yang, PENG Hua, WANG Bin

(PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: In order to improve the convergence rate of the blind equalizer for sparse multipath channel, a novel blind equalization approach called l_0 -norm constraint proportionate normalized least mean square constant algorithm was proposed for M -order phase-shift keying (MPSK) signal. Based on the constant modulus characteristics of MPSK signal and the sparse property of equalizer, a new blind equalization cost function with the l_0 -norm penalty on the equalizer tap coefficients was firstly constructed. Then the update formula of the tap coefficients was derived according to the gradient descent algorithm. Moreover, the iteration step was updated by drawing upon the normalized proportionate factor. The algorithm not only assigned step sizes proportionate to the magnitude of the current individual tap weights, but also attracted the inactive taps to zero adaptively. Theoretical analysis and simulation results show that the proposed algorithm outperforms the existing blind equalization algorithms for sparse channel in reducing ISI and improving convergence rate.

Key words: sparse multipath channel, fast convergence blind equalization, l_0 -norm penalty, proportionate factor

1 引言

稀疏多径信道是指多径时延扩展较大、信道冲激响应的能量主要集中在相隔较远的少数几个抽头上、大多数抽头的能量很小甚至为零的信道。在实际应用中, 水声通信信道和宽带移动信道经常呈现出这种稀疏多径特性。为了提高稀疏多径信道条件下的通信质量, 通常需要在接收端采用均衡技术, 来消除多径传播引起的符号间干扰。

稀疏多径信道均衡技术需要充分利用信道的稀疏特性来提高均衡性能。稀疏多径信道的混响结构具有稀疏性, 造成均衡器的抽头系数分布也具有稀疏性^[1], 即均衡器仅存在少数幅度明显较大的抽头系数 (本文将稀疏多径信道均衡器中的这类抽头系数统称为幅度显著系数), 其他抽头系数为 0 或者幅度极为接近 0 (这类抽头系数统称为幅度极小系数)。目前, 针对稀疏多径信道进行自适应均衡的研究成果较多, 文献[2~4]将压缩感知与自适应滤

收稿日期: 2016-03-30; 修回日期: 2016-11-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61401511)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (No.61401511)

波结合，自适应地重构均衡器中少数幅度显著抽头的位置与权值。这类算法在加快均衡器收敛速度的同时有效降低了均衡器抽头系数的计算量，但是需要依赖周期性发送的训练序列，不仅导致通信效率降低，而且在接收端无法获得任何训练序列信息的特殊应用背景下，这类算法失效。在未知训练序列或者对通信效率要求较高的场景下，通常采用盲均衡方法，即利用接收序列和发送信号的先验统计特性完成自适应均衡。目前，针对稀疏多径信道进行盲均衡的方法主要分为 2 类，一类是门限稀疏化方法^[5-8]，如文献[5]通过对均衡器抽头系数设置门限，对抽头系数高于门限的部分进行迭代更新，其他系数置零且不再更新。这种稀疏化处理能大幅度降低迭代运算量，但是人为设定门限的做法不够稳健，门限值过小会使算法的收敛性能没有明显改善，门限值过大则会忽略影响算法性能的抽头系数，使均衡器收敛性能降低。另一类是近期由 Khalid^[9]提出的基于分数阶范数的稀疏多径信道盲均衡算法，该算法通过对均衡器抽头系数增加分数阶范数约束，在迭代过程中对抽头系数做向零收缩调整，且越靠近零的系数调整强度越大。文献[5]通过对固定门限值以下的抽头直接置零来促进均衡器的稀疏化，而文献[9]则对抽头系数做自适应向零收缩调整，且调整强度与抽头系数的幅度有关，因此，文献[9]的自适应稀疏化处理方式要优于文献[5]。但是，这 2 类算法达到稳态时所需的迭代次数较多，不适合水声通信等常以突发形式进行通信的情形。由于突发信号的数据量有限，需要研究适用于稀疏多径信道的快速盲均衡算法。

为了进一步提高稀疏多径信道盲均衡器的收敛速度，使其适用于突发通信，本文借鉴传统的常模盲均衡算法思想，并结合稀疏自适应滤波理论，针对现代数字通信中常用的 MPSK 信号，提出了一种 l_0 -范数约束的比例系数归一化最小均方常模盲均衡算法。首先，利用 MPSK 信号的常模特性和均衡器抽头系数的稀疏特点，构造出包含 l_0 -范数惩罚项的常模盲均衡代价函数，然后依据梯度下降法推导出盲均衡器的抽头系数更新公式，并对迭代步长进行归一化和比例系数化。该算法为幅度显著系数分配较大步长参数，为幅度极小系数分配较小步长参数，并根据抽头系数的幅度自适应地调整迭代步长，同时自适应地控制幅度极小系数的收敛性能。理论分析和仿真实验表明，与现有稀疏多径信道盲

均衡算法相比，本文算法在保持较低剩余符号间干扰 (ISI, inter-symbol interference) 的同时，能获得更快的收敛速度。

本文涉及的符号说明如下：小写粗斜体字母和大写粗斜体字母分别表示列向量和矩阵， \mathbf{I} 表示单位矩阵， $(\cdot)^*$ 、 $(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^H$ 分别表示共轭、转置和共轭转置运算， $E[\cdot]$ 表示期望运算， $|\cdot|$ 表示取绝对值运算。

2 系统模型

本文采用的等效基带盲均衡系统模型如图 1 所示。发送信号通过稀疏多径信道，接收信号的等效基带信号 $x(n)$ 可表示为

$$x(n) = \sum_{i=0}^M h_i s(n-i) + a(n) \quad (1)$$

其中， $\{s(n)\}$ 表示满足独立同分布的 MPSK 等效基带符号序列； h_0, h_1, \dots, h_M 表示 M 阶稀疏多径信道冲激响应函数的抽头系数，其中，除少数大于 0 的显著抽头外，其余抽头均为 0； $a(n)$ 表示与发送序列相互独立的均值为 0、方差为 σ^2 的复加性高斯白噪声。

采用横向滤波器构造盲均衡器，对功率归一化处理后的接收信号进行盲均衡处理，得到盲均衡器的输出信号为

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i^*(n) x(n-i) = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{x}(n) \quad (2)$$

其中， $\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^T$ 表示接收信号向量； $\mathbf{w}(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{N-1}(n)]^T$ 表示 N 抽头的盲均衡器抽头系数向量。 $y(n)$ 表示均衡器输出信号，对均衡器输出信号 $y(n)$ 按照星座点最邻近原则进行判决得到发送信号 $s(n)$ 的估计值 $\hat{s}(n)$ 。

基于上述系统模型，设计自适应盲均衡算法，实现稀疏多径信道的快速盲均衡是盲均衡器设计中的关键问题。

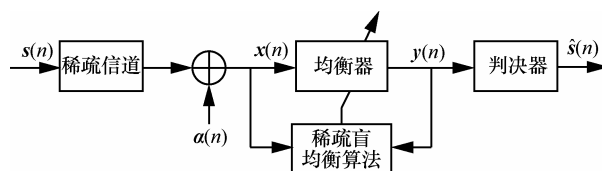


图 1 等效基带盲均衡系统模型

3 算法描述

3.1 稀疏多径信道均衡器抽头系数的分布

为了验证稀疏多径信道均衡器的抽头系数分

布也具有稀疏性的特点，接下来推导均衡器的抽头系数表达式。稀疏多径信道的传递函数可表示为

$$H(z) = \sum_{i=0}^M h_i z^{-i} \quad (3)$$

其中， $h_0=1, h_M \neq 0, h_i(0 < i < M)$ 中包含 p 个非零抽头，且信道的非零抽头比重 $\frac{p+2}{M+1} < \frac{1}{2}$ 。

假设 $p=1$ ，则信道冲激响应中包含 3 个非零抽头 $h_0=1, 0 < h_j < 1 (0 < j < M)$ 和 $0 < h_M < 1$ ，其余抽头均为 0。接下来推导该稀疏多径信道对应均衡器的抽头系数表达式。设均衡器的传递函数为

$$W(z) = \sum_{i=0}^{KM} w_i z^{-i} \quad (4)$$

其中， K 为正整数，表示均衡器阶数为信道阶数的整数倍。信道均衡的目的是使

$$H(z)W(z) \approx 1 \quad (5)$$

根据变量 z^{-i} 中 i 的取值范围，式(5)可展开为

$$\begin{aligned} H(z)W(z) = & h_0 w_0 + \sum_{i=1}^{j-1} h_0 w_i z^{-i} + \\ & \sum_{i=j}^{M-1} (h_0 w_i + h_j w_{i-j}) z^{-i} + \\ & \sum_{i=M}^{KM} (h_0 w_i + h_j w_{i-j} + h_M w_{i-M}) z^{-i} + \\ & \sum_{i=KM+1}^{KM+j} (h_j w_{i-j} + h_M w_{i-M}) z^{-i} + \\ & \sum_{i=KM+j+1}^{(K+1)M} h_M w_{i-M} z^{-i} \end{aligned} \quad (6)$$

要使式(5)成立，需使展开式中常数项为 1，其余项系数为 0。观察式(6)可知，令唯一的常数项 $h_0 w_0=1$ ，则 $w_0=1$ ；令右边第 2 项的系数为 0，当 i 位于 $[1, j-1]$ 时， $w_i=0$ ；令右边第 3 项的系数为 0，将 $w_0=1$ 代入，当 i 位于 $[j, M-1]$ 时，若 $i=kj$ ，则 $w_i \neq 0$ ，其余 $w_i=0$ ；令右边第 4 项的系数为 0，将 $w_0=1$ 和 $w_{i=kj} \neq 0$ 代入，当 i 位于 $[M, KM]$ 时，若 $i=kj$ ，或 $i=kM$ ，或 $i=k_1 j + k_2 M$ ，则 $w_i \neq 0$ ，其余 $w_i=0$ 。因此，当 i 是 j 和 M 的线性组合时， $w_i \neq 0$ ，否则

$$w_i=0, \text{ 即 } w_i \begin{cases} \neq 0, & i=k_1 j + k_2 M \\ =0, & \text{其他} \end{cases}, \text{ 其中, 整数 } k_1 \geq 0,$$

$k_2 \geq 0$ 且 k_1, k_2 不同时为 0；右边第 5、6 项的系数不为 0，但可根据 h_j 和 h_M 的大小控制 K 的取值，从而减弱第 5、6 项的影响。

接下来根据 k_1, k_2 的不同取值，总结归纳出均衡器抽头系数的表达式

$$w_i = \begin{cases} \sum_{k_1, k_2} (-1)^{k_1+k_2} a_{k_1 k_2} h_j^{k_1} h_M^{k_2}, & i=k_1 j + k_2 M \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{其中, } a_{k_1 k_2} = \begin{cases} 1, & k_2=0 \\ 1, & k_1=0 \\ k_1+1, & k_2=1 \\ 1+a_{11}+a_{21}+\dots+a_{k_1 1}, & k_2=2 \\ 1+a_{12}+a_{22}+\dots+a_{k_1 2}, & k_2=3 \\ \vdots & \vdots \\ 1+a_{1(k-1)}+a_{2(k-1)}+\dots+a_{k_1(k-1)}, & k_2=k \end{cases},$$

$0 \leq k_1 j + k_2 M \leq KM$ ，整数 $k_1, k_2 \geq 0$ 。观察式(7)可以发现，均衡器抽头系数中存在零抽头，同时非零抽头系数是信道非零抽头系数 $h_j, h_M (0 < h_j, h_M < 1)$ 的指数函数，且 $0 \leq |w_i| \leq 1$ 。因此，均衡器中仅包含少数幅度明显较大的抽头系数，其余的抽头系数等于 0 或者幅度极为接近 0，由此验证了稀疏多径信道均衡器的抽头系数分布也具有稀疏性。将式(7)代入式(6)中，可得

$$H(z)W(z) = 1 + \sum_{k_1, k_2} (z-1)^{k_1+k_2+1} a_{k_1 k_2} h_j^{k_1} h_M^{k_2} z^{-(k_1 j + k_2 M)} \quad (8)$$

其中， $KM < k_1 j + k_2 M \leq (K+1)M$ ，整数 $k_1, k_2 \geq 0$ 。为了使式(5)成立，需尽可能地减小式(8)右边第 2 项的影响。因此，根据 h_j 和 h_M 的大小控制 K 的取值，使该项中任一系数的绝对值 $|(-1)^{k_1+k_2+1} a_{k_1 k_2} h_j^{k_1} h_M^{k_2}| \leq 0.01$ 。

3.2 l_0 -范数约束的比例系数归一化最小均方常模算法

利用常模信号的先验统计信息和稀疏多径信道均衡器的稀疏特点，文献[9]提出了一种分数阶范数约束的稀疏多径信道盲均衡算法。该算法在常模算法的代价函数中引入对均衡器抽头系数的 l_p -范数约束 ($0 < p \leq 1$)，在均衡器抽头系数迭代过程中吸引所有系数向零靠近。显然，为了促进幅度极小系数的收敛，这种对抽头系数进行自适应收缩调整的做法要优于对固定门限值以下的系数直接置零^[5]。但是，文献[6]算法为所有抽头系数分配相同的迭代步长，并未充分考虑幅度显著系数与幅度极小系数不同的收敛要求，同时不加区分地对所有抽头系数做向零收缩调整，会减慢幅度显著系数的收敛速度，进而对均衡器整体收敛速度产生消极影响。因此，

为了进一步提高稀疏多径信道盲均衡器的收敛速度，使其适用于突发通信，本文借鉴传统的常模盲均衡算法思想，并结合稀疏自适应滤波理论，提出了一种 l_0 -范数约束的比例系数归一化最小均方常模算法。

传统的常模盲均衡算法能够利用 MPSK 信号的幅度统计信息代替训练序列来完成自适应均衡。但是对于稀疏多径信道而言，传统的常模盲均衡算法未考虑信道的稀疏特性，算法的收敛速度较慢。本文借鉴传统的常模盲均衡算法思想，以发送信号的幅度统计信息作为期望值，并结合稀疏自适应滤波理论，利用稀疏多径信道均衡器抽头系数的稀疏特点，对均衡器抽头系数增加 l_p -范数的稀疏性约束，构造出包含 l_p -范数惩罚项的最小均方误差代价函数

$$J(n)=E\left[\left(|y(n)|^2-R_2\right)^2\right]+\gamma\|\mathbf{w}(n)\|_{l_p} \quad (9)$$

其中， $E\left[\left(|y(n)|^2-R_2\right)^2\right]$ 表示基于常模准则的盲均衡均方误差， $y(n)$ 表示盲均衡器输出信号，

$R_2=\frac{E\left[|s(n)|^4\right]}{E\left[|s(n)|^2\right]}$ 是仅与发送信号的幅度统计特性相关的常数， $\gamma\|\mathbf{w}(n)\|_{l_p}$ 表示 l_p -范数惩罚项， γ 表示正则化参数，且 $\gamma>0$ ， $\|\mathbf{w}(n)\|_{l_p}$ 表示盲均衡器抽头系数向量的 l_p -范数。通常， l_p -范数中，参数 p 的取值有 3 种形式，即 $p=0$ ， $p=1$ 和 $0<p<1$ 。当 $p=0$ 时，

$\|\mathbf{w}(n)\|_{l_0}=\sum_{i=0}^{N-1}l(w_i(n))$ ，分段函数 $l(w_i(n))=\begin{cases} 1, & |w_i(n)|\neq 0 \\ 0, & |w_i(n)|=0 \end{cases}$ ，其物理意义为抽头系数向量中非零抽头的个数；当 $p=1$ 时， $\|\mathbf{w}(n)\|_{l_1}=\sum_{i=0}^{N-1}|w_i(n)|$ ，表示均衡器抽头系数的模值之和；当 $0<p<1$ 时， $\|\mathbf{w}(n)\|_{l_p}=\sum_{i=0}^{N-1}|w_i(n)|^p$ ，其物理意义不明晰。对均衡器抽头系数增加稀疏性约束，是为了最小化抽头系数向量中非零抽头的个数，显然， l_0 -范数的稀疏度量性是最好的^[10]，因此，选择 l_0 -范数作为均衡器代价函数的惩罚项，重新构造出本文算法的代价函数

$$J(n)=E\left[\left(|y(n)|^2-R_2\right)^2\right]+\gamma\|\mathbf{w}(n)\|_{l_0} \quad (10)$$

设计自适应盲均衡算法的核心内容是根据给定的代价函数推导出盲均衡器的抽头系数更新公式，即根据误差信号自适应地调整盲均衡器的抽头系数，直至误差信号为 0，得到最优的盲均衡器从而恢复出发送信号。文献[5]算法给出常模算法的代价函数，采用梯度下降法推导出常模盲均衡器的抽头系数更新公式，在抽头系数的更新过程中，设置门限对抽头系数进行稀疏化处理；文献[9]算法在常模算法的代价函数的基础上，增加对均衡器的稀疏性约束，结合拉格朗日法和梯度下降法推导出盲均衡器的抽头系数更新公式，在常模算法抽头系数更新公式的基础上，对所有系数做向零收缩调整。上述 2 种算法并未考虑幅度显著系数和幅度极小系数不同的收敛要求，仅对幅度极小系数的更新附加了有效调整。因此，加快幅度显著系数的收敛速度，同时又保证幅度极小系数稳定收敛，是提高稀疏多径信道自适应盲均衡收敛速度的关键。在给定式(11)所述代价函数的条件下，采用梯度下降法构造盲均衡器的抽头系数更新公式。在抽头系数的更新过程中，为每个抽头系数分配不同的步长参数，幅度显著系数获得较大的步长，幅度极小系数获得较小的步长，并同时幅度极小系数做向零收缩调整。接下来给出本文算法的均衡器抽头系数更新公式的具体推导过程。

根据式(11)定义的代价函数，采用最常用的梯度下降法构造盲均衡器抽头系数更新公式

$$\mathbf{w}(n+1)=\mathbf{w}(n)-\frac{1}{4}\mu\nabla_{\mathbf{w}(n)}J(n) \quad (11)$$

其中， $\nabla_{\mathbf{w}(n)}J(n)$ 表示第 n 次迭代的代价函数的梯度，抽头系数按照代价函数的负梯度方向进行更新，步长因子为 μ 。

式(11)中

$$\nabla_{\mathbf{w}(n)}J(n)=\nabla_{\mathbf{w}(n)}\left\{E\left[\left(|y(n)|^2-R_2\right)^2\right]+\gamma\|\mathbf{w}(n)\|_{l_0}\right\} \quad (12)$$

接下来分别计算式(12)中的 $\nabla_{\mathbf{w}(n)}\left\{E\left[\left(|y(n)|^2-R_2\right)^2\right]\right\}$ 和 $\nabla_{\mathbf{w}(n)}\left\{\gamma\|\mathbf{w}(n)\|_{l_0}\right\}$ 。以瞬时梯度代替统计梯度，则有

$$\hat{\nabla}_{\mathbf{w}(n)}\left\{E\left[\left(|y(n)|^2-R_2\right)^2\right]\right\}=4\mathbf{x}(n)\mathbf{y}^*(n)\left(|y(n)|^2-R_2\right) \quad (13)$$

在计算 $\nabla_{\mathbf{w}(n)}\left\{\gamma\|\mathbf{w}(n)\|_{l_0}\right\}$ 的过程中，由于分段函

数 $l(w_i(n)) = \begin{cases} 1, & |w_i(n)| \neq 0 \\ 0, & |w_i(n)| = 0 \end{cases}$ 在 0 附近是不连续的, 这就导致无法对 $\|\mathbf{w}(n)\|_0$ 进行求导运算。为了能够顺利推导, 本文利用文献[11]所给出的引理, 对 $\|\mathbf{w}(n)\|_0$ 进行近似处理。

引理 1 定义分段函数 $d(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}, x \geq 0$,

连续函数 $k(x) = 1 - \exp(-ax), a \geq 5, x \geq 0$, 分段函数 $d(x)$ 可以用连续函数 $k(x)$ 近似, 当参数 a 趋向于无穷大时, 两者严格相等^[11]。

根据引理 1, 本文采用如下近似关系^[12]

$$\|\mathbf{w}(n)\|_0 \approx \sum_{i=0}^{N-1} [1 - \exp(-\eta|w_i(n)|)] \quad (14)$$

其中, η 是控制连续函数曲线斜率的参数, 且 $\eta \geq 5$ 。

因此, $\nabla_{\mathbf{w}(n)} \left\{ \gamma \sum_{i=0}^{N-1} [1 - \exp(-\eta|w_i(n)|)] \right\}$ 中的任一元素为

$$\begin{aligned} \nabla_{w_i(n)} \left\{ \gamma \sum_{i=0}^{N-1} [1 - \exp(-\eta|w_i(n)|)] \right\} \\ = \gamma \eta \exp(-\eta|w_i(n)|) \operatorname{sgn}(w_i(n)) \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 表示符号函数。为了降低式(15)的计算复杂度, 采用了文献[13]的近似方法, 用简单的线性运算近似复杂的非线性运算, 当 $\eta|w_i(n)| \leq 1$ 时, 将 $\exp(-\eta|w_i(n)|)$ 近似为其一阶泰勒级数展开, 当 $\eta|w_i(n)| > 1$ 时, $\exp(-\eta|w_i(n)|) \approx 0$ 。具体的近似关系如下^[13]

$$\exp(-\eta|w_i(n)|) \approx \begin{cases} 1 - \eta|w_i(n)|, & |w_i(n)| \leq \frac{1}{\eta} \\ 0, & |w_i(n)| > \frac{1}{\eta} \end{cases} \quad (16)$$

因此

$$\nabla_{\mathbf{w}(n)} \left\{ \gamma \sum_{i=0}^{N-1} [1 - \exp(-\eta|w_i(n)|)] \right\} = \gamma \eta \mathbf{v}(n) \quad (17)$$

其中, $\mathbf{v}(n) = [v_0(n), v_1(n), \dots, v_{N-1}(n)]$, $v_i(n) = \begin{cases} (1 - \eta|w_i(n)|) \operatorname{sgn}(w_i(n)), & |w_i(n)| \leq \frac{1}{\eta} \\ 0, & |w_i(n)| > \frac{1}{\eta} \end{cases}, i=0, 1, \dots, N-1$ 。

在此, 本文将幅度不大于 $\frac{1}{\eta}$ 的抽头系数定义为

幅度极小系数, $\frac{1}{\eta}$ 的取值为均衡器抽头系数中次大系数幅度的 $\frac{1}{10}$ 。

将式(13)和式(17)代入式(11)中, 得到 l_0 -范数约束的最小均方常模算法抽头系数更新公式

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu \mathbf{x}(n) e^*(n) - \frac{\mu}{4} \gamma \eta \mathbf{v}(n) \quad (18)$$

其中, 误差信号 $e(n) = \mathbf{y}(n) (|\mathbf{y}(n)|^2 - R_2)$, $-\frac{\mu}{4} \gamma \eta \mathbf{v}(n)$ 项称为零点吸引子。文献[9]算法吸引所有系数向零靠近, 但是吸引幅度显著系数向零靠近反而会对均衡器收敛速度产生消极影响。不同于文献[9]算法, 本文算法的零点吸引子仅对幅度极小系数的更新起作用, 可以减小 $w_i(n)$ 与零之间的距离, 促进幅度极小系数的收敛。另外, 本文算法的零点吸引子的强度与当前时刻系数的幅度 $|w_i(n)|$ 有关, $|w_i(n)|$ 越小强度就越大, 这样能够根据抽头系数的瞬时变化进行自适应调整, 比文献[5]算法采用固定门限的稀疏化处理具有更强的稳健度。

考虑到归一化迭代步长能够使抽头系数向量在每次迭代中的改变最小, 并满足误差信号等于 0 的约束条件, 对步长因子 μ 进行归一化处理, 得到新的迭代步长

$$\zeta = \frac{\mu}{\mathbf{x}^H(n) \mathbf{x}(n) + \delta} \quad (19)$$

其中, δ 是个很小的值, 用来避免盲均衡器输入信号向量为 $\mathbf{0}$ 时算法失效。将式(19)代入式(18)中

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \zeta \mathbf{x}(n) e^*(n) - \frac{\zeta}{4} \gamma \eta \mathbf{v}(n) \quad (20)$$

当归一化步长的取值位于归一化最小均方算法的收敛步长区间 $\left(0, \frac{2}{3}\right)$ ^[14] 内时, 采用大步长可提高均衡器的整体收敛速度, 同时也要保证对幅度极小系数收缩微调的最大强度不超出调整区间, 也就是说 $\max \left[\frac{\zeta}{4} \gamma \eta (1 - \eta|w_i(n)|) \right] \leq \frac{1}{\eta}$, 得到 $\gamma \leq \frac{4}{\eta^2 \mu}$ 。

式(20)采用统一步长对盲均衡器抽头系数进行更新, 该步长相对于幅度显著系数较小, 而相对于幅度极小系数较大, 因此, 幅度显著系数收敛至最优所需的迭代次数要大于幅度极小系数, 这表明仅对幅度极小系数做向零收缩调整是不够的, 需要充分考虑幅度显著系数与幅度极小系数各自的收敛

要求。在滤波器的更新过程中，如果迭代步长与系数幅度成正比，即幅度较大的系数获得较大步长，幅度较小的系数获得较小步长，将有助于提高滤波器的收敛速度^[15, 16]。因此，在对所有抽头系数的更新均起作用的 $-\zeta \mathbf{x}(n)e^*(n)$ 项中引入步长控制矩阵 $\mathbf{G}(n)$ ，重新构造迭代步长的自适应更新公式^[16]

$$\hat{\zeta}(n) = \frac{\mu \mathbf{G}(n)}{\mathbf{x}^H(n) \mathbf{G}(n) \mathbf{x}(n) + \delta} \quad (21)$$

其中，步长控制矩阵 $\mathbf{G}(n) = \text{diag}[g_0(n), g_1(n), \dots, g_{N-1}(n)]$ 用来分别为各个抽头系数分配不同的步长参数，比例系数 $g_i(n)$ 的定义为

$$g_i(n) = \frac{|w_i(n)|}{\sum_{i=0}^{N-1} |w_i(n)| + \varepsilon} + \kappa \quad (22)$$

其中， ε 和 κ 均是很小的常数， ε 用来避免均衡器抽头系数向量为 $\mathbf{0}$ 时算法失效，而 κ 则是用来避免某个抽头系数为 0 时算法失效。由式(22)可知，比例系数 $g_i(n)$ 是对应抽头系数幅度在所有抽头系数幅度中所占的比例，这样迭代步长就能够正比于均衡器抽头系数进行自适应调整。将式(21)和式(22)代入式(20)，得到 l_0 -范数约束的比例系数归一化最小均方常模算法的抽头系数更新公式

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \frac{\mu \mathbf{G}(n) \mathbf{x}(n) e^*(n)}{\mathbf{x}^H(n) \mathbf{G}(n) \mathbf{x}(n) + \delta} - \frac{\zeta}{4} \gamma \eta \mathbf{v}(n) \quad (23)$$

由式(23)可知，在盲均衡器抽头系数的更新过程中，每个抽头系数获得与其当前时刻的幅度成正比的步长参数，幅度显著系数获得较大步长，从而加快幅度显著系数的收敛速度，同时对幅度极小系数做向零收缩微调，调整强度与系数当前时刻的幅度有关，越靠近 0 的系数调整强度越大，自适应地控制幅度极小系数的增幅并加速其收敛。与文献[5,6]算法相比，本文算法充分考虑稀疏多径信道均衡器中幅度显著系数与幅度极小系数不同的收敛要求，在加快幅度显著系数的收敛速度的同时，又保证幅度极小系数能稳定收敛，可有效提高均衡器的整体收敛速度。本文算法的具体实现步骤如下。

确定参数： $R_2 = \frac{E[|s(n)|^4]}{E[|s(n)|^2]}$ 、均衡器长度 N 、步

长因子 μ 、正则化参数 γ 、参数 η 、 δ 、 ε 和 κ

初始化： $\mathbf{w}(0) = [1, 0, \dots, 0, 0]^T$

算法迭代：对任意 $n = 1, 2, \dots$

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i^*(n) x(n-i) = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{x}(n)$$

$$e(n) = y(n) (|y(n)|^2 - R_2)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \frac{\mu \mathbf{G}(n) \mathbf{x}(n) e^*(n)}{\mathbf{x}^H(n) \mathbf{G}(n) \mathbf{x}(n) + \delta} - \frac{\zeta}{4} \gamma \eta \mathbf{v}(n)$$

$$\mathbf{G}(n) = \text{diag}[g_0(n), g_1(n), \dots, g_{N-1}(n)],$$

$$g_i(n) = \frac{|w_i(n)|}{\sum_{i=0}^{N-1} |w_i(n)| + \varepsilon} + \kappa$$

$$\mathbf{v}(n) = [v_0(n), v_1(n), \dots, v_{N-1}(n)]$$

$$v_i(n) = \begin{cases} (1 - \eta |w_i(n)|) \text{sgn}(w_i(n)), & |w_i(n)| \leq \frac{1}{\eta} \\ 0, & |w_i(n)| > \frac{1}{\eta} \end{cases},$$

$$i = 0, 1, \dots, N-1$$

4 仿真实验及分析

将本文算法（记作 l_0 -IPNLMS-CMA）与经典的最小均方常模算法（记作 LMS-CMA）、采用横向滤波结构的文献[5]算法（记作 LMS-SCMA）和文献[9]算法（记作 l_p -LMS-CMA）进行收敛性能比较。为了控制 4 种算法的步长因子 μ 相等，依据式(19)所示的处理方法，对 LMS-CMA、LMS-SCMA 与 l_p -LMS-CMA 的步长因子 μ 进行归一化处理。仿真信道采用文献[1, 5]给出的典型两径稀疏水声信道，信道的传递函数为

$$H(z) = 1 + 0.4z^{-17} \quad (24)$$

式(24)所示信道的第 2 显著抽头与第 1 显著抽头之间有 17 个码间间隔，具有明显稀疏性。针对式(23)所示的稀疏多径信道，根据均衡器的抽头系数表达式(7)，得到

$$w_i = \begin{cases} 1, & i = 0 \\ (-0.4)^k, & i = 17k, k = 1, 2, \dots, K \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (25)$$

由此得到 $\frac{1}{\eta} = 0.04$ 。将式(25)代入式(6)中，获得信道与均衡器的联合系统函数 $H(z)W(z) = 1 + 0.4w_{17K}z^{-17(K+1)}$ ，为了尽可能地减弱第 2 项的影响，需使 $|0.4w_{17K}| = |(-1)^K 0.4^{K+1}| \leq 0.01$ ，得到 K 的

最小值为 4。因此, 式(24)所示的稀疏多径信道对应的 68 阶均衡器中仅包含 4 个幅度显著抽头系数, 其余抽头系数均为幅度极小系数。

发送信号的调制方式为 MPSK。均衡器采用 68 阶横向滤波结构, 首抽头系数初始化为 1, 其他抽头系数初始化为 0。接下来分别从均衡器抽头系数变化和算法的剩余符号间干扰性能 2 个方面, 来比较上述 4 种算法的收敛性能。剩余符号间干扰定义为

$$ISI(n)=10\lg\frac{\sum_k|\theta_k(n)|^2-\max_k|\theta_k(n)|^2}{\max_k|\theta_k(n)|^2} \quad (26)$$

其中, $\theta(n)=h \otimes w^*(n)$, h 表示信道冲激响应, \otimes 表示卷积运算。在上述实验中, 发送信号的调制方式为 QPSK, 4 种算法的参数设置如表 1 所示, 所有结果均是 100 次独立实验得到的平均结果。

在信噪比为 30 dB 时, 图 2 给出了 4 种算法的均衡器抽头系数 $|w_{17}(n)|$ 与 $|w_{19}(n)|$ 的变化曲线。根据均衡器的抽头系数表达式(7), 幅度显著系数 $|w_{17}(n)|$ 与幅度极小系数 $|w_{19}(n)|$ 的理论值分别为 0.4 与 0。由于 LMS-CMA 的抽头系数更新使用了代价函数梯度向量的有噪估计值, 导致抽头系数 $|w_{17}(n)|$ 、 $|w_{19}(n)|$ 的稳态值与理论值相比存在误差。从图 2(a)可以看出, l_0 -IPNLMS-CMA 的幅度显著系数的收敛速度较 LMS-CMA、LMS-SCMA 与 l_p -LMS-CMA 提高了约 1 500 次迭代, 这是因为 l_0 -IPNLMS-CMA 为抽头系数分配了与其当前时刻的幅度成正比的迭代步长, 即 l_0 -IPNLMS-CMA 的迭代步长能够根据抽头系数的瞬时变化进行自适应调整, 从而有效提高幅度显著系数的收敛速度。从图 2(b)可以发现, 由于 LMS-CMA 未对幅度极小系数做任何附加调整, 导致其幅度极小系数的收敛速度是 4 种算法中最慢的, 且幅度极小系数收敛后的稳态值与理论值的误差最大, LMS-SCMA 的幅度极小系数的收敛速度较 LMS-CMA 加快约 500 次迭

代, 这是因为 LMS-SCMA 通过设置初始迭代次数与稀疏化处理门限值, 将门限值以下的抽头系数直接置零, 促进了幅度极小系数的收敛, l_p -LMS-CMA 通过吸引抽头系数向零靠近, 有效控制了幅度极小系数的增幅, 并加快了幅度极小系数的收敛速度, l_0 -IPNLMS-CMA 的幅度极小系数获得了与其当前时刻的幅度成正比的迭代步长, 使幅度极小系数能以与其自身收敛要求相适应的步长参数进行更新, 同时自适应地对幅度极小系数做向零收缩调整, 因此, 幅度极小系数在初始迭代阶段的变化幅度明显低于现有 3 种算法, 并获得最快的收敛速度。可见, 与现有稀疏多径信道盲均衡算法相比, 本文算法的优越性在于不仅有效地加快了幅度显著系数的收敛速度, 而且实现了对幅度极小系数的自适应约束调整。

在信噪比分别为 30 dB 和 15 dB 时, 图 3 给出了 4 种算法的 ISI 曲线。对比图 2 与图 3(a)可知, 稀疏多径信道均衡器的整体收敛速度主要取决于幅度显著系数的收敛速度。从图 3(a)可以看出, 当信噪比为 30 dB 时, 与未考虑信道稀疏特性的 LMS-CMA 相比, 利用均衡器抽头系数稀疏特点的 3 种算法的剩余 ISI 性能提高约 3~5 dB, 与 LMS-SCMA 和 l_p -LMS-CMA 相比, l_0 -IPNLMS-CMA 的收敛速度提高了约 1 000 次迭代, 仅需 250 个符号就可获得-20 dB 的剩余 ISI 。对比图 3(a)与图 3(b)可以发现, 由于信噪比降低, 各算法均衡后的剩余 ISI 增大, l_0 -IPNLMS-CMA 仍然表现出最优的性能, 说明本文算法对不同信噪比有良好的适应能力。

为了验证本文算法对不同调制阶数的 MPSK 信号的有效性, 在不同 MPSK 信号调制阶数下, 对本文算法的剩余 ISI 性能进行了仿真实验。图 4 给出了信噪比为 30 dB 时不同 MPSK 信号调制阶数下本文算法的 ISI 曲线。由图 4 可知, 3 种调制阶数的 MPSK 信号对应的本文算法的剩余 ISI 相同, 说明本文算法对不同调制阶数的 MPSK 信号是有效的。

表 1 4 种算法的参数设置

算法	SNR=30 dB	SNR=15 dB
LMS-CMA	$\mu=0.4$	$\mu=0.2$
LMS-SCMA	$\mu=0.4$, 稀疏化处理门限 0.01	$\mu=0.2$, 稀疏化处理门限 0.01
l_p -LMS-CMA	$\mu=0.4$	$\mu=0.2$
l_0 -IPNLMS-CMA	$\mu=0.4, \gamma=0.001, \eta=25, \delta=0.01, \varepsilon=0.01, \kappa=0.01$	$\mu=0.2, \gamma=0.001, \eta=25, \delta=0.01, \varepsilon=0.01, \kappa=0.01$

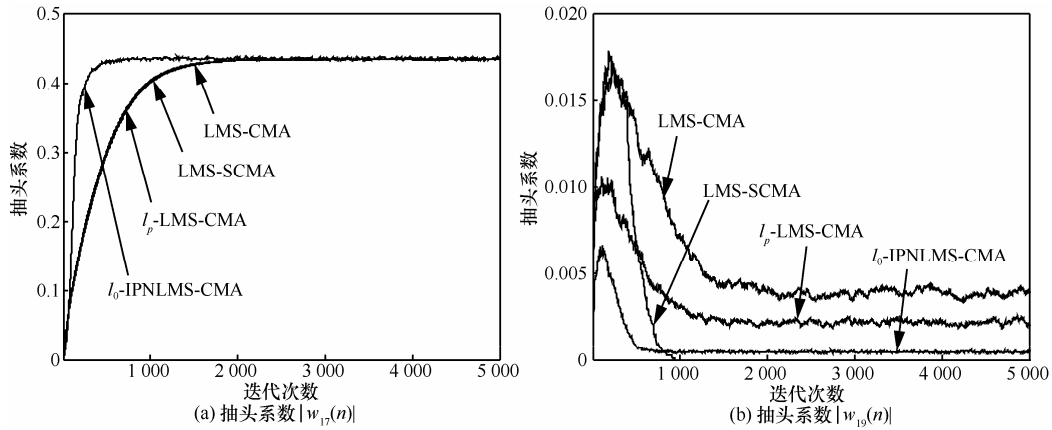


图 2 4 种算法的均衡器抽头系数变化曲线

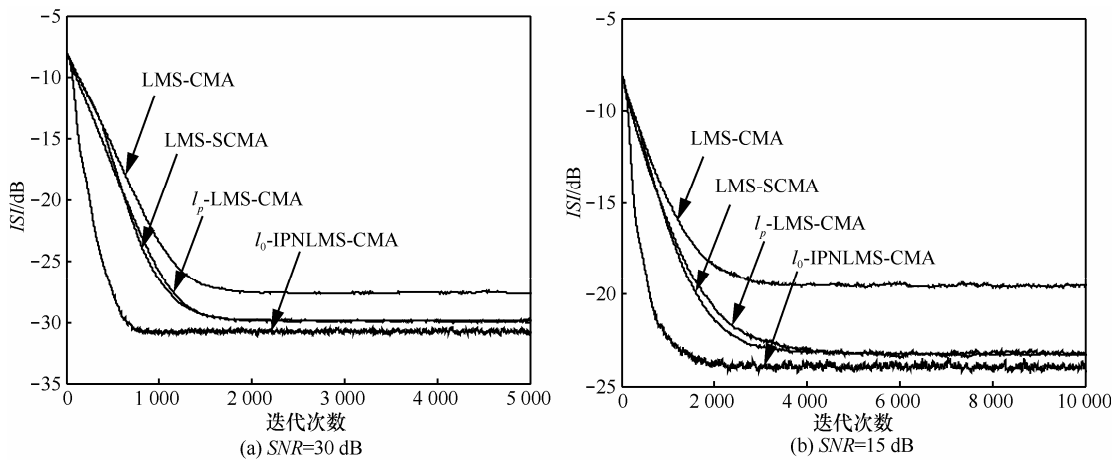


图 3 4 种算法的 ISI 曲线

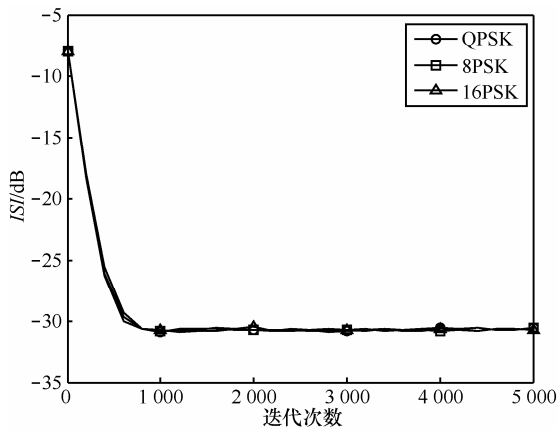


图 4 不同 MPSK 信号调制阶数下本文算法的 ISI 曲线

5 结束语

针对稀疏多径信道下 MPSK 信号的快速盲均衡问题,提出了一种 l_0 -范数约束的比例系数归一化最小均方常模盲均衡算法。该算法利用稀疏多径信道均衡器抽头系数的稀疏特点,在抽头系数的更新过程中,

为幅度显著系数分配较大步长,为幅度极小系数分配较小步长,并根据抽头系数的幅度自适应地调整迭代步长,同时对幅度极小系数做向零收缩微调,这样不仅加快了幅度显著系数的收敛速度,而且保证了幅度极小系数的稳定收敛。仿真结果验证了本文算法在保持较低剩余 ISI 的同时,能大幅度提高均衡器的收敛速度。需要指出的是,本文算法并未给出正则化参数 γ 的最优选取准则,接下来进一步的工作可以尝试结合优化算法确定 γ 的最优取值。

参考文献:

- [1] GELLER B, CAPELLANO V, JOURDAIN G. Equalizer for real time high rate transmission in underwater communications[C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. 1995: 3179-3182.
- [2] MILEOUNIS G, BABADI B, KALOUPSIDIS N, et al. An adaptive greedy algorithm with application to nonlinear communications[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(6): 2998-3007.
- [3] LALOS A S, VLACHOS E, BERBERIDIS K, et al. Greedy algorithms for sparse adaptive decision feedback equalization[C]//IEEE Interna-

- tional Symposium on Signal Processing and Information Technology. 2011: 240-245.
- [4] VLACHOS E, LALOS A S, BERBERIDIS K. Stochastic gradient pursuit for adaptive equalization of sparse multipath channel[J]. IEEE Journal of Circuits and System, 2012, 2(3): 413-423.
- [5] 张艳萍, 赵俊渭, 李金明. 稀疏水声信道判决反馈盲均衡算法研究[J]. 电子与信息学报, 2006, 28(6): 1009-1011.
ZHANG Y P, ZHAO J W, LI J M. For sparse underwater acoustic channel equalization[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2006, 28(6): 1009-1011.
- [6] 孙丽君, 孙超. 一种用于水声信道的稀疏超指数迭代盲均衡算法研究[J]. 电子与信息学报, 2005, 27(8): 1205-1207.
SUN L J, SUN C. Improved sparse blind equalizer using super-exponential iterative form algorithm for underwater acoustic channels[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2005, 27(8): 1205-1207.
- [7] 郭业才, 郭福东, 丁雪洁. 基于正交小波变换的稀疏盲均衡算法[J]. 数据采集与处理, 2010, 25(5): 569-574.
GUO Y C, GUO F D, DING X J. Sparse equalizer blind equalization algorithm based on orthogonal wavelet transform[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2010, 25(5): 569-574.
- [8] 朱婷婷, 王英民. 一种适用于稀疏水声信道的改进型盲均衡算法[J]. 信号处理, 2007, 23(4A): 437-440.
ZHU T T, WANG Y M. An improved blind equalization algorithm suitable for sparse underwater acoustic channel[J]. Signal Processing, 2007, 23(4A): 437-440.
- [9] KHALID S S, ABRAR S. Blind adaptive algorithm for sparse channel equalization using projections onto-ball[J]. Electronics Letters, 2015, 51(18): 1422-1424.
- [10] 傅剑斌. 稀疏信道估计关键技术研究[D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2013.
FU J B. Research on key technology of sparse channel estimation[D]. Zhengzhou: PLA Information Engineering University, 2013.
- [11] BRADLEY P S, MANGASARIAN O L. Feature selection via concave minimization and support vector machines[C]//15th International Conference on Machine Learning. 1998: 82-90.
- [12] SU G, JIN J, GU Y, et al. Performance analysis of norm constraint least mean square algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(5): 2223-2235.
- [13] GU Y, JIN J, MEI S. Norm constraint LMS algorithm for sparse system identification[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 16(9): 774-777.
- [14] 曾召华, 刘贵忠, 赵建平. LMS 和归一化 LMS 算法收敛门限与步长的确定[J]. 电子与信息学报, 2003, 25(11): 1469-1473.
ZENG Z H, LIU G Z, ZHAO J P. Determination of convergence threshold and step size for LMS and normalized LMS algorithms[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2003, 25(11): 1469-1473.
- [15] PELEKANAKIS K, CHITRE M. New sparse adaptive algorithms based on the natural gradient and the $-norm$ [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2013, 38(2): 323-332.
- [16] PALEOLOGU C, BENESTY J, CIOCHINA S. An improved proportionate NLMS algorithm based on the norm[C]//IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing. 2010: 309-312.

作者简介:



马思扬 (1991-), 女, 浙江金华人, 解放军信息工程大学硕士生, 主要研究方向为通信信号处理、稀疏多径信道均衡。

彭华 (1973-), 男, 江西萍乡人, 博士, 解放军信息工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向为通信信号处理、软件无线电。

王彬 (1971-), 女, 河南郑州人, 博士, 解放军信息工程大学副教授、硕士生导师, 主要研究方向为通信信号处理、信道均衡与辨识。